

Tópicos em Seguros

Teoria do Risco Aplicada

e

Elementos de Modelagem



1

Módulo I

Risco e Seguro

Conceitos Básicos

2

Seguro

- “Compensação dos efeitos do acaso pela mutualidade organizada segundo as leis da estatística” (Chaufton, 1884).
- Em termos financeiros:
 - “Troca uma DESPESA FUTURA E INCERTA de valor elevado, por uma DESPESA ANTECIPADA E CERTA de valor comparativamente menor”

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Seguro

Do que se ocupa
a operação de Seguro ou
o ato/ação de Segurar?

Risco

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

RISCO

Classificação focada no Dano

PURO

- Possibilidades:
PERDER
NÃO-PERDER

ESPECULATIVO

- Possibilidades:
PERDER
NÃO-PERDER
GANHAR

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Risco

Classificação à Severidade

- Supernormal
- Normal
- Subnormal

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Anti-Seleção de Risco

- Processo ou procedimento que “pertuba” a aleatoriedade da ocorrência estocástica dos eventos.
- Em geral, conduz a uma maior frequência de eventos e/ou a uma maior severidade nos eventos.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

RISCO Pergunta

- **TUDO RISCO PODE SER SEGURADO ?**

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

RISCO SEGURÁVEL

Características Básicas

- **Possível:** $P(S) > 0$;
- **Futuro;**
- **Incerto ou Aleatório:** $P(S) < 1$

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

RISCO SEGURÁVEL

Características Adicionais

- **Mensurável**
- **Causar prejuízo de natureza econômica;**
- **Independente da vontade das partes;**

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

RISCO SEGURÁVEL

Características

- Características Básicas
- Possível: $P(S) > 0$;
- Futuro; e
- Incerto/aleatório: $P(S) < 1$

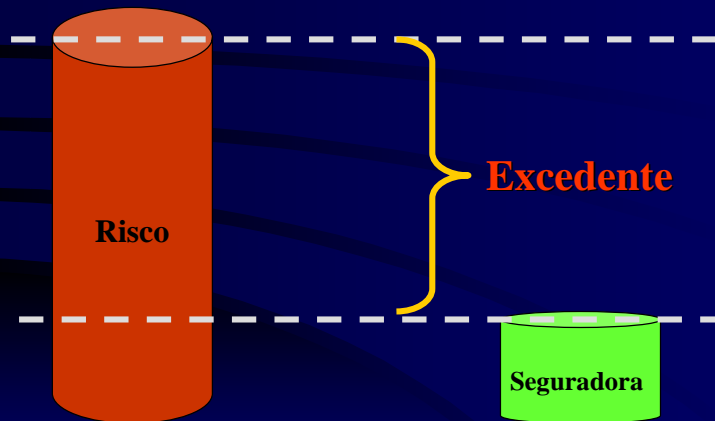
- Características Adicionais
- Mensurável;
- Causar prejuízo de natureza econômica;
- Independente da vontade das partes.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Módulo II

Cessão de Risco

Cessão



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Cessão

- Ceder;
- Repassar;
- Dividir responsabilidade.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Limite de Retenção
"Maior perda admissível"

Max. Retenção

Patrimônio Ajustado

X %

- Comprometimento Máximo do Patrimônio por Risco

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares (31) 3271-2865 marcelo@msactualis.com.br

Cessão

Risco

Excedente

Seguradora

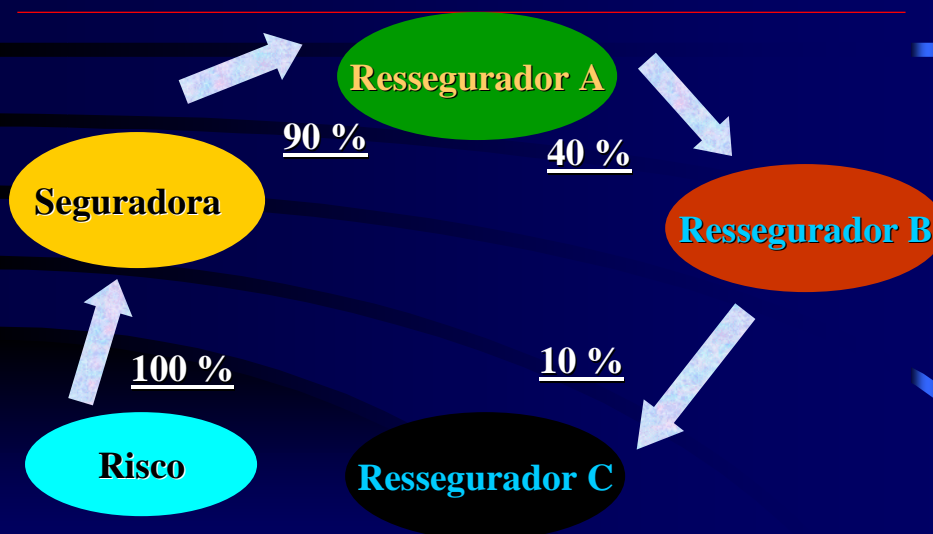
Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares (31) 3271-2865 marcelo@msactualis.com.br

Retenção no Risco & Limite de Retenção



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Fluxo do Risco



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Fundamentos

- Absoluta Boa Fé
- *Follow the Fortunes* (Seguir a Sorte)
(*Follow the Settlement e Follow the Action*)
- Relação entre a partes
Exceção: Cláusula de Insolvência (USA)
Cláusula Cut-Through

**“O ressegurador segue a sorte da cedente, e não a sua RUÍNA.
É responsabilidade da cedente gerir a empresa.”**

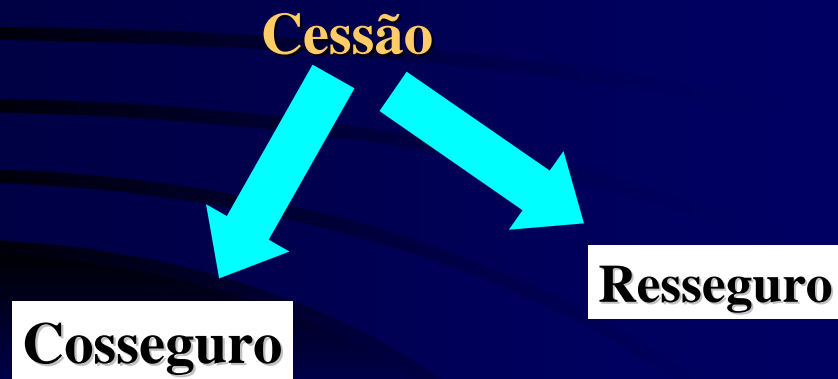
Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Principais Funções da Cessão

- Aumentar a Capacidade
- Estabilizar os resultados
- Proteger contra catástrofes
- Dar proteção ou capacidade Financeira

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

OPERAÇÕES DE CESSÃO



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

TIPOS DE CESSÃO

- PROPORCIONAL: o prêmio cedido guarda proporção direta com a responsabilidade cedida
- NÃO PROPORCIONAL: o prêmio cedido NÃO guarda proporção direta com a responsabilidade cedida

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Formas Básicas de Cessão

- Existem 3 formas básicas de cessão:

a) Por Excedente de Responsabilidade ou E R (*Surplus*);

b) Por Cota (*Quota Share ou Q/S*);

c) Excesso de Danos (*Excess of loss ou X/L*):

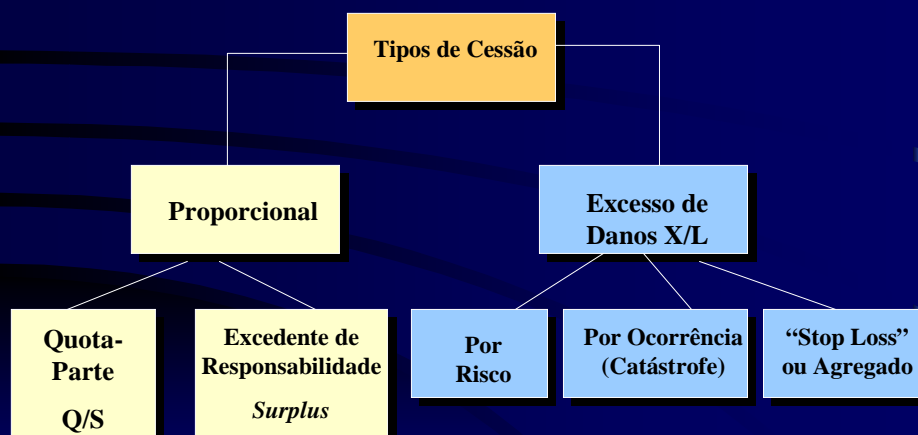
c1) Por RISCO (*per risk excess of loss*);

c2) Por OCORRÊNCIA (*per occurrence*);

c3) AGREGADO (*Stop Loss*).

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Cessão



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Excedente de Responsabilidade *Surplus*

- **A seguradora deve ceder o excedente ao seu limite de retenção (LR)**
- **Cede responsabilidade (I.S.) que excede ao seu LR**
- **Cede prêmio na mesma proporção da responsabilidade cedida**

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Excedente de Responsabilidade *Surplus*

- **Aumenta a capacidade de subscrição da seguradora.**
- **Retenção mais homogênea.**
- **Flexível para se ajustar às necessidades do ressegurado.**
- **Função financeira.**
- **Conceito de Equilíbrio Esperado.**

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

EXERCÍCIO S1

- Limite de Retenção da Seguradora: \$ 1.800.000,00
Retenção para o risco: \$ 1.000.000,00
- Dados da apólice:
Import. Seg: \$ 2.500.000,00
Prêmio Líquido: \$ 1100,00
- Calcular:
 - a Retenção: % e montante
 - a Cessão: % e montante

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

EXERCÍCIO S2

- Limite de Retenção da Seguradora: \$ 2.000.000,00
- Dados da apólice:
Import. Seg: \$ 16.000.000,00
Prêmio Líquido: \$ 50.000,00
Sinistro Ocorrido: \$ 9.500.000,00
- Calcular:
 - a Retenção: % e montante
 - a Cessão: % e montante
 - Sinistro de cada agente

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

EXERCÍCIO S3

- Limite de Retenção da Seguradora: \$ 2.000.000,00
- Retenção da Seguradora no risco : \$ 800.000,00
- Dados da apólice:
 - Import. Seg: \$ 16.000.000,00
 - Prêmio Líquido: \$ 50.000,00
 - Sinistro Ocorrido: \$ 9.500.000,00
 - Comissão de Cosseguro: 8%
- Calcular:
 - a Retenção: % e montante
 - a Cessão: % e montante
 - Sinistro de cada agente

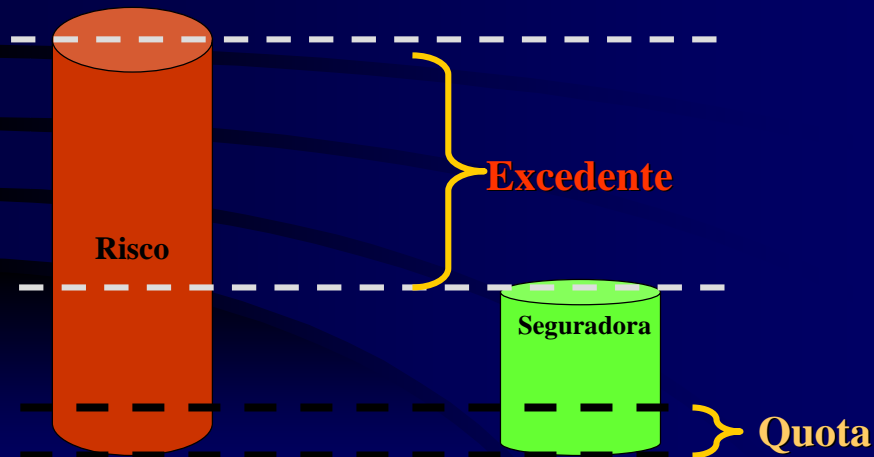
Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Formas Básicas de Cessão

- Existem 3 formas básicas de cessão:
 - a) Por Excedente de Responsabilidade ou E R (*Surplus*);
 - b) Por Cota (*Quota Share ou Q/S*);
 - c) Excesso de Danos (*Excess of loss ou X/L*):
 - c1) Por RISCO (*per risk excess of loss*);
 - c2) Por OCORRÊNCIA (*per occurrence*);
 - c3) AGREGADO (*Stop Loss*).

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Cessão



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Quota Parte ou Quota Share

- **A seguradora deve ceder o risco de acordo com o percentual previamente acordado com o agente ressegurador;**
- **Cede prêmio na mesma proporção da responsabilidade cedida;**
- **Recupera sinistro na mesma proporção da responsabilidade cedida.**

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Quota Parte ou *Quota Share*

- Aumenta a capacidade de subscrição da seguradora.
- Não há cessões individuais.
- “Fronting”
- Não estabiliza resultados.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

EXERCÍCIO Q1

- Limite de Retenção da Seguradora: \$ 2.000.000,00
- Quota Share acordada: 25%
- Dados da apólice:
 - Import. Seg: \$ 1.100.000,00
 - Prêmio Líquido: \$ 450,00
 - Sinistro ocorrido: 340.000,00
- Calcular:
 - a Retenção: % e montante
 - a Cessão: % e montante
 - Sinistro de cada agente

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Formas Básicas de Cessão

- Existem 3 formas básicas de cessão:
 - a) Por Excedente de Responsabilidade ou E R (*Surplus*);
 - b) Por Cota (*Quota Share ou Q/S*);
 - c) Excesso de Danos (*Excess of loss ou X/L*):
 - c1) Por RISCO (*per risk excess of loss*);
 - c2) Por OCORRÊNCIA (*per occurrence*);
 - c3) AGREGADO (*Stop Loss*).

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Excesso de Danos (*Excess of Loss ou X/L*)

- O ressegurador se responsabiliza pelas indenizações que excederem ao Limite de Prioridade (Priority) ou Pleno acordado
- Cede prêmio no percentual acordado com o ressegurador. Não guarda proporção com a responsabilidade assumida

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Excesso de Danos (*Excess of Loss ou X/L*)

Focado na perda verificada.

Fornece capacidade.

Estabiliza resultados.

Protege contra catástrofe.

Custo de resseguro geralmente negociado por meio de uma taxa aplicável sobre o prêmio retido da carteira.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Excesso de Danos *Excess of Loss*

- **Permite PROTEGER contra perdas ocorridas:**
 - **Na APÓLICE**
 - **No Evento/OCORRÊNCIA**
 - **Na CARTEIRA**

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Ordem de Cessão Risco e Recuperação de Sinistro

- Parcela em COSSEGURO
- Parcela em RESSEGURO, nesta ordem:
 - Excedente de Responsabilidade
 - Quota
 - Excesso de Danos

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Tipos de Cessão p/ Excesso de Danos *Excess of Loss (X/L)*

- a) Por RISCO (*per risk excess of loss*): conhecido no Brasil como Excesso de Danos ou ED;
- b) Por OCORRÊNCIA (*per occurrence*) conhecido no Brasil com Catástrofe;
- c) AGREGADO (*Stop Loss*): protege a carteira contra um desvio na sinistralidade. Muito usado em saúde.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Excesso de Danos por Risco (ED)

Excess of Loss (X/L)

- Permite Limitar a perda da seguradora em cada risco. Ou seja, se a perda por risco exceder o LIMITE DE RETENÇÃO/PERDA da seguradora o ressegurador ASSUME.
- Normalmente, no Brasil, é conjugado com cessão por Cota
- Permite “alavancar” a seguradora

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

EXERCÍCIO X1

Limite de Retenção da Seguradora: \$ 2.000.000,00

Patrimônio da Seguradora: 100.000.000,00

Custo da cessão por ED (X/L per risk): 5%

Dados da apólice:

Número de vidas : 127 pessoas

Capital Segurado por pessoa: R\$ 1.700.000,00

Prêmio total da apólice: R\$ 18.000,00

Calcular: Prêmio de resseguro

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

EXERCÍCIO X2

- A apólice do exercício 12-A foi sinistrada. Tratava-se de um vôo charter para Fernando de Noronha no qual todos 127 passageiros reclamaram danos devidos da ordem de R\$ 1.000.000,00 por pessoa.
- Calcular: - o montante total de indenização a ser pago pela seguradora
- - recuperação de sinistro, se houver.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Excesso de Danos por Ocorrência *Excess of Loss (X/L per occurrence)*

- **Permite Limitar a perda da seguradora em cada evento ou ocorrência**
- **No Brasil é conhecido como resseguro de catástrofe**
- **Permite proteger a carteira contra concentração de risco: Ex: - apólices de vida**

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

EXERCÍCIO X3

- Limite de Retenção da Seguradora: \$ 500.000,00
- **Resseguro de ED (X/L per occurrence): 2%**
- Foi realizado um seguro de vida em grupo para uma empresa com 2.500 vidas. A apólice contempla apenas a cobertura de morte natural. A taxa acordada foi de 0,35 %o a.m. O Capital segurado por vida é de R\$ 100.000,00.
- Calcular:
 - a Prêmio mensal da apólice
 - o prêmio de resseguro

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

EXERCÍCIO X4

- Na apólice do exercício 10-A, durante um seminário da empresa, em decorrência de um único acidente aéreo, 04 funcionários segurados vieram a falecer.
- Sabe-se que o limite contratado de catástrofe da apólice é de 02 pessoas.
- Calcular:
 - o montante total de indenização a ser pago ao conjunto de beneficiários
 - o sinistro de cada agente.

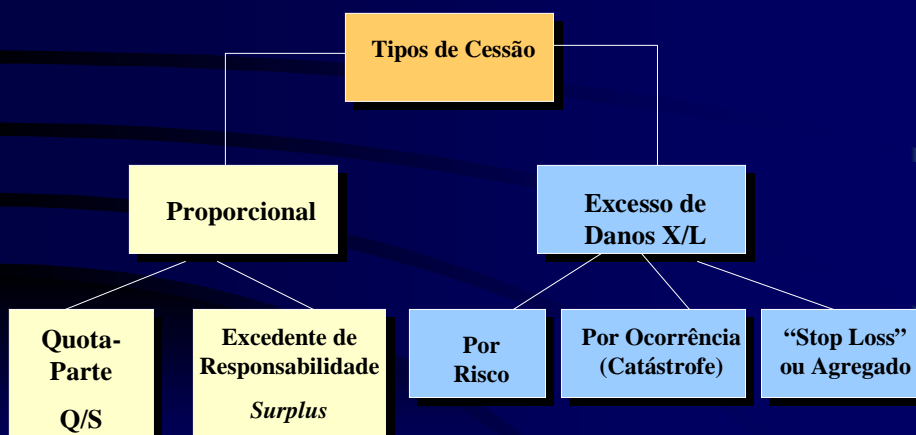
Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Excesso de Danos - Agregado (*Excess of Loss - Stop Loss*)

- Permite Limitar a perda da seguradora na CARTEIRA
- No Brasil é conhecido, por vezes, como Stop-Loss
- Permite proteger a carteira como um todo

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Cessão



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Modulo III

Elementos da Teoria do Risco

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Eixos de conhecimento

Divisão mais usual

Matemática Atuarial

- vida e riscos correlatos;
- geralmente utiliza tábuas;
- Na abordagem tradicional opera com comutações, regimes financeiros etc

Teoria do Risco

- Geralmente trata riscos não-vida;
- Faz amplo uso de ferramentas estatísticas e distribuições de probabilidade

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Como modelam a realidade ?

Matemática Atuarial

Teoria do Risco

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Qual é a tendência ?

Matemática Atuarial

Teoria do Risco

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Teoria do Risco

Abordagem tradicional

Probabilidade de Sinistro = $\text{sinistros} / \text{seguros}$

Exemplo: Prob Sinistro = $50 \text{ sinistros} / 1000 \text{ seguros} = 0,05$

Dano Médio = $\text{sinistro médio} / \text{capital sinistrado médio}$

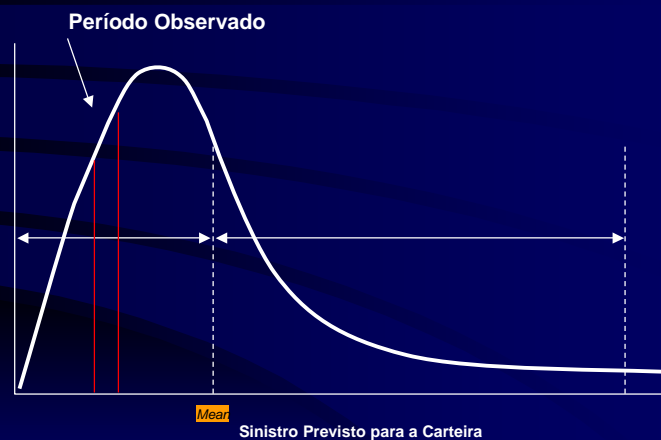
Exemplo: Dano Médio = $\$4.000 / \$10.000 \text{ seguros} = 0,40$

Taxa = Prob. Sinistro x Dano Médio

Taxa = $0,05 * 0,40 = 0,008 = 0,8\% \text{ aa}$

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Cuidado com o passado recente



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Abordagem tradicional

Perguntas

- Qual a segurança (probabilidade) associada a essa taxa ?
- O que foi verificado no período de estudo é válido para os anos seguintes ?
- A taxa contempla riscos diferentes?
- Os fatores considerados para a taxa (perfil, por exemplo) são relevantes ?
- Qual a probabilidade de ruína associada à taxa ?
- Qual o número de apólices necessário para sustentar a taxa obtida?

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Problema Básico da Tarifação

Calcular a Taxa ????

Estimar, com o nível de segurança desejado, a máxima perda da operadora de risco (seguradora, previdência, capitalização etc)



Sinistro Total

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Problema Básico da Tarifação

Por que ?

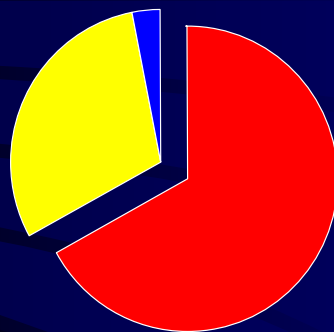
Sabendo que, no próximo ano, está estimada uma perda de \$300.000 para a carteira, e um número de apólices de 10.000, quanto será o prêmio ?

$$\text{Prêmio} = \$300.000 / 10.000 = \$30$$

Que prêmio é esse ?

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Principais Componentes da Taxação



- Sinistros
- Despesas Comerciais e Administrativas
- Margem de Lucros

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Pequenos e Grandes Números

- Margens de Lucros são, geralmente, pequenas
 - Perdas e Danos podem ser elevados
 - Exemplo
 - Lucros: 3%
 - Investimentos: 10%
 - Maturação de novos negócios: 12 a 48 meses
- => 2% de incremento nas provisões de perdas podem anular o lucro do ano e comprometer o balanço da companhia.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Companhia

- Alocação de Capital
- Mercado
 - Ratings de agencias
 - Nível de Credibilidade e Solvencia
- Margem de Lucro
- Taxação
- Política de remuneração de pessoal

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Modelos de Risco

- **Individual:** estima o valor total de sinistros de uma carteira, utilizando a distribuição do valor de sinistros de cada apólice e a distribuição do número de ocorrências de cada apólice.
- **Coletivo:** estima o valor total de sinistros de uma carteira, utilizando a distribuição do valor de sinistros do conjunto de apólices e a distribuição do número de ocorrências do conjunto de apólices.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Modelos de Risco

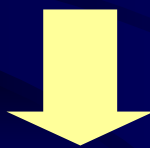
- Face a dificuldade de obtenção das distribuições de probabilidade do número de sinistros e do valor de sinistros de cada apólice individualmente, o modelo coletivo é, geralmente, mais usado.
- **Modelo Coletivo:** não é necessário inferir sobre características individuais das apólices

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Problema Básico da Tarifação

Calcular a Taxa ????

Estimar, com o nível de segurança desejado, a máxima perda da operadora de risco (seguradora, previdência, capitalização etc)



Sinistro Total ou Agregado

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Probabilidade de Ocorrência do Evento

Guarda relação com o tempo de exposição.

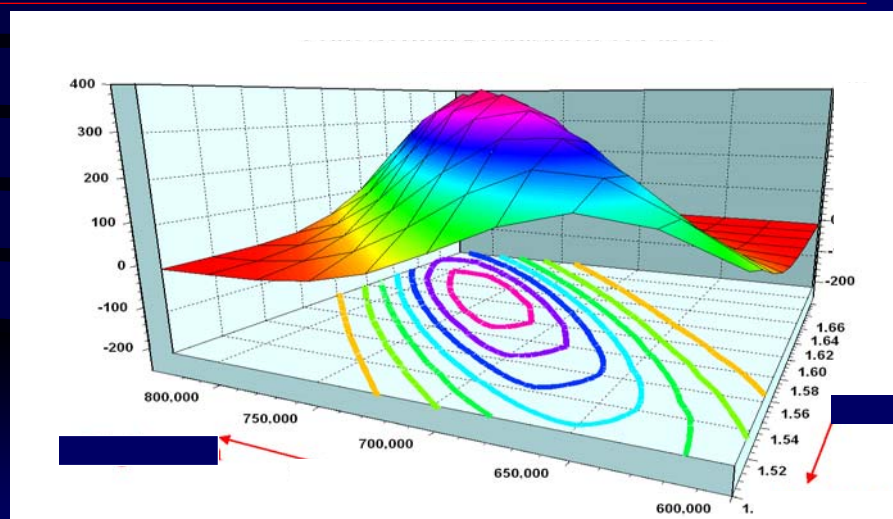
Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Apólices x Expostos

De maneira a contemplar seguros com vigências diferentes, trabalha-se com o número de *expostos ao risco* e não com o número de apólices vigentes ou que estavam vigentes.

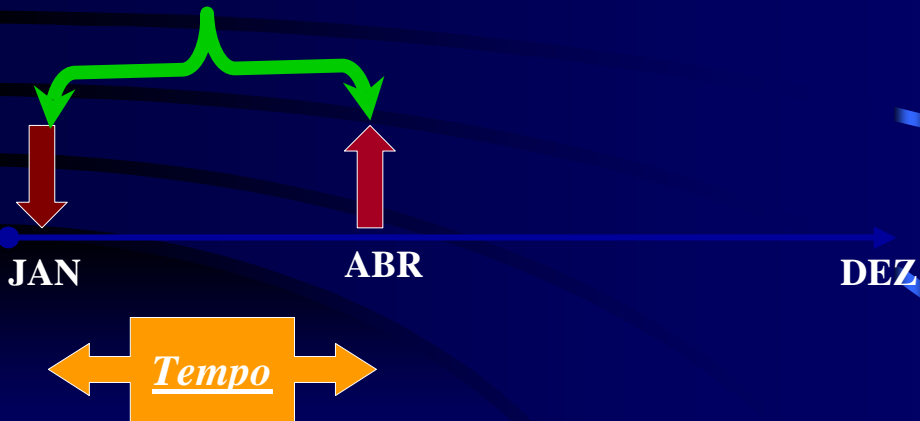
Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Probabilidade & Exposição



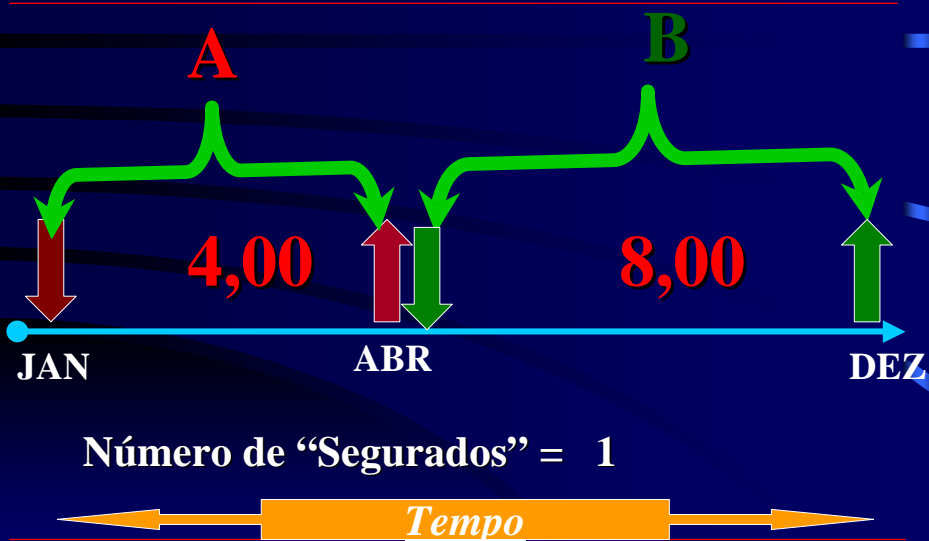
Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Exposição



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Exposição



Número de “Segurados” = 1

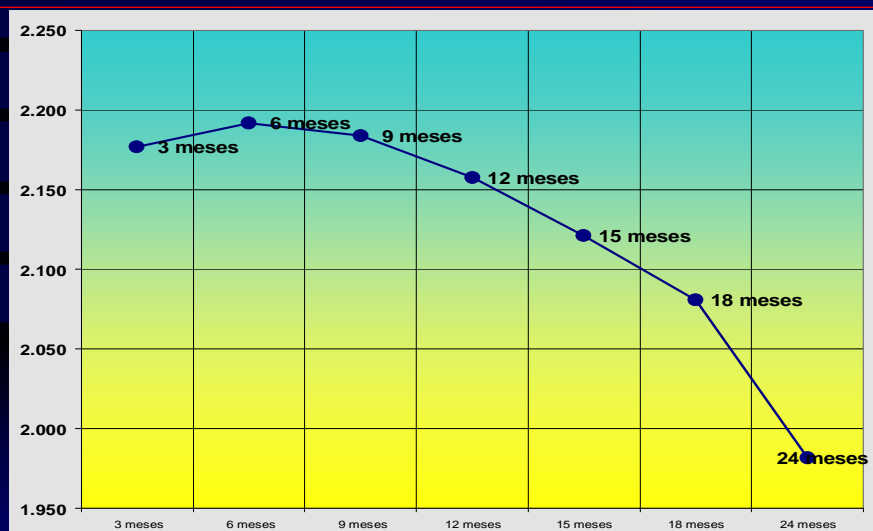
Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Quadro de Exposições Exemplo de Utilização

Periodo	Número de Apólices	Expostos
3 meses	2.820,00	2.176,65
6 meses	2.800,00	2.191,52
9 meses	2.700,00	2.183,80
12 meses	2.600,00	2.157,28
15 meses	2.500,00	2.121,22
18 meses	2.400,00	2.080,74
24 meses	2.000,00	1.981,69

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Evolução de Exposição



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Sinistro Total ou Agregado

Uma carteira produz, por ano, 20 sinistros
Cada sinistro custa, em média, \$1000.

Qual a perda estimada para a carteira, caso esses parâmetros sejam válidos para o futuro ?

$$\text{Sinistro Agregado} = 20 * 100 = \$ 2.000$$

Sinistro Total ou Agregado

$$E[S] = E[N] \cdot E[X]$$

$$E[S] = 20 \cdot \$1000 = \$20.000$$

$E[N]$ -> esperança do número de sinistros

$E[X]$ -> esperança do valor do sinistro

Sinistro Total ou Agregado

Média e Esperança Matemática passam a mesma
idéia ?

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Distribuição de S

$$E[S] = E[X] * E[N]$$



v.a



v.a.



v.a.

- Métodos Analíticos de obtenção da distribuição de S
 - Convolução;
 - Função Geratriz de Momentos.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Sinistro Agregado

$$E[S] = E[N] \cdot E[X]$$

$E[N]$ -> esperança do número de sinistros

$E[X]$ -> esperança do valor do sinistro

Existe Variância associada a $E[N]$, $E[X]$ e $E[S]$

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Sinistro Agregado

Custo (Encargo) final dos riscos segurados

Distribuição do número provável de eventos que ocorrem durante o período de análise ou exposição

Número provável de eventos

Distribuição de Probabilidade

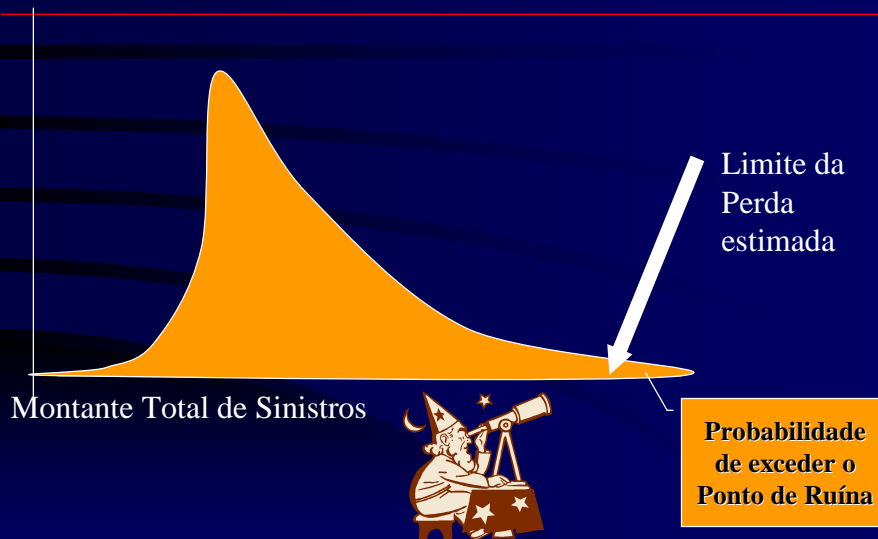
Distribuição do Montante final provável a ser pago em virtude de um evento ocorrido durante o período de análise ou exposição

Distribuição do Montante de Sinistros

Distribuição do Período de Pagamento

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Probabilidade de “estar errado”



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Cuidados

1. Se existe uma chance de ...
2. A seguradora/carteira é um carro cujo motorista está vendado.

O morotista depende apenas do co-piloto (o atuário) para guiar-se pela estrada, evitar buracos fazer as curvas com segurança e corrigir os desvios de percurso que ocorrerem.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Distribuição de S

Como estimar E e VAR

A distribuição de probabilidade de S pode ser obtida por meio de Métodos Analíticos:

- Convolução;
- Função Geratriz de Momentos.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

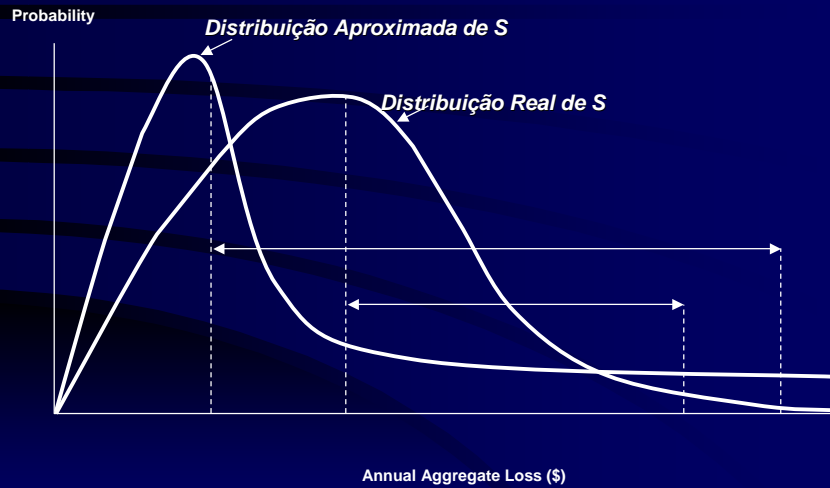
Distribuição de S

Como estimar E e VAR

- Utilização de distribuições paramétricas e aproximações
- Algoritmo (Fórmula) de Panjer: Baseia-se na observação empírica da “forma” de uma distribuição discreta para a severidade. Calcula o sinistro agregado por processo recursivo, permitindo obter a distribuição exata de S.
- Simulação de Monte Carlo – Baseia-se em simulação (ocorrências hipotéticas em frequência e severidade).
- Transformações de Fourier: utiliza-se da função característica dos processos de Fourier. O objetivo é obter a variância da distribuição de S.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Real x Aproximada



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Convolução Exemplo

- Uma carteira de seguros produz da seguinte forma:

Ocorrências (N)	Probabilidade e	Montante (X)	Probabilidade e
0	0,3	\$1.000,00	0,6
1	0,4	\$2.000,00	0,3
2	0,3	\$3.000,00	0,1

- Obter f_s e F_s

Exemplo retirado do livro “Modelos de Precificação e Ruína para Seguros de Curto Prazo”

Paulo Pereira Ferreira – FUNENSEG - 2002

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Convolução

$$f_{Scol} = \text{Somatorio } [p^{*n}(x) * P(N=n)]$$

$$p^{*n} = p^{*n-1} * p$$

$$p^{*0}(0) = 1$$

$$p^{*1}(\$1000) = 0,6 \quad p^{*1}(\$2000) = 0,6 \quad p^{*1}(3000) = 0,6$$

$$p^{*2}(\$2000) = p^{*1}(\$1000) * p^{*1}(\$1000) = 0,6 * 0,6 = 0,36$$

$$p^{*2}(\$3000) = p^{*1}(\$1000) * p^{*1}(\$2000) + p^{*1}(\$2000) * p^{*1}(\$1000) = 0,18 + 0,18 = 0,36$$

$$p^{*2}(\$4000) = p^{*1}(\$2000) * p^{*1}(\$2000) + p^{*1}(\$3000) * p^{*1}(\$1000) + p^{*1}(\$1000) * p^{*1}(\$3000) = 0,3 * 0,3 + 0,6 * 0,1 + 0,1 * 0,6 = 0,21$$

$$p^{*2}(\$5000) = p^{*1}(\$2000) * p^{*1}(\$3000) + p^{*1}(\$3000) * p^{*1}(\$2000) = 0,3 * 0,1 + 0,1 * 0,3 = 0,06$$

$$p^{*2}(\$6000) = p^{*1}(\$3000) * p^{*1}(\$3000) = 0,1 * 0,1 = 0,01$$

$$f_{Scol}(0) = p^{*0}(\$0) * P(N=0) = 1 * 0,3 = 0,3$$

$$f_{Scol}(1) = p^{*1}(\$1000) * P(N=1) = 0,6 * 0,4 = 0,24$$

$$f_{Scol}(2) = p^{*1}(\$2000) * P(N=1) + p^{*2}(\$2000) * P(N=2) = 0,24 + 0,36 * 0,3$$

(...)

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Aproximações para a distribuição do Sinistro Agregado

A obtenção da distribuição exata do sinistro agregado, tanto por convolução quanto por método dos Momentos é bastante trabalhosa e, em alguns casos, inviável na prática.

Dessa maneira, costuma-se utilizar aproximações para a mesma, com excelentes resultados.

Uma das de mais fácil utilização é a aproximação pela distribuição Normal.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Distribuição para o Número de Sinistros

Frequentemente, é assumida a distribuição de Poisson para o número de sinistros.

Recomenda-se o seguinte:

Se $E[N] = \text{Var}[N] \Rightarrow$ Poisson

Se $E[N] > \text{Var}[N] \Rightarrow$ Binomial

Se $E[N] < \text{Var}[N] \Rightarrow$ Binomial Negativa

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Distribuição do Sinistro Agregado Aproximação pela Normal

A distribuição Normal tem é perfeitamente caracterizada, se conhecidas a média e a variância.

Assim, para aproximar S pela Normal, basta determinar $E[S]$ e $\text{Var}[S]$.

$$E[S] = E[N] * E[X]$$

$$\text{Var}[S] = \text{Var}[X] * E[N] + E[X]^2 * V[N]$$

Assim, aproximando-se S pela Normal, é possível determinar a probabilidade de S.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Aproximações para a distribuição do Sinistro Agregado

A aproximação Normal costuma ser muito boa no extremo superior da distribuição de S, mesmo quando o número esperado de sinistros é pequeno.

Essa propriedade tem uma aplicação prática muito grande, pois são exatamente os valores mais elevados que mais nos interessam.

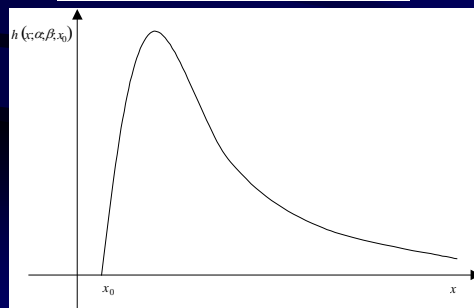
Caso a assimetria da distribuição seja significativa, a aproximação por outras distribuições de probabilidade deve ser considerada. Pode-se, por exemplo, tentar aproximação pela Gama, cuja distribuição é assimétrica, apresentando o terceiro momento central positivo.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares (31) 3271-2865 marcelo@msactualis.com.br

Aproximação Gama para S

Para garantir um montante mínimo de indenização, faz-se uma translação na curva da função de densidade:

$$H(x, \alpha, \beta, x_0) = G(x - x_0, \alpha, \beta)$$



$$G(x, \alpha, \beta) = \int_0^x \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\beta t} dt$$

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares (31) 3271-2865 marcelo@msactualis.com.br

Aproximações para a distribuição do Sinistro Agregado

Outras aproximações para a distribuição do sinistro agregado:

- Série de Edgeworth, também chamada de Normal II;
- Normal Power (NP);
- Escher;
- Wilson - Hiferty Formula;
- Haldane Approach;
- Fórmula recursiva de Panjer - obtenção da distribuição exata do sinistro agregado.



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Distribuição para o Sinistro Agregado

Sendo N o número de sinistros e X o valor de 1 sinistro, geralmente nomeia-se a distribuição do sinistros agregado pela v.a. N .

Assim,

Distribuição de N

Poisson
Binomial Negativa

Distribuição do Sinistro agregado

Poisson Composta
Binomial Negativa Composta

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Sinistro Agregado

- Os valores de N e X dependem de vários fatores simultaneamente, tais como:
 - Tipo do risco;
 - Comportamento do segurado em relação ao risco;
 - Atividade desenvolvida no risco ou pelo mesmo;
 - Etc

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Cuidados Sinistro Agregado

Se fosse possível estimar os vários valores que N e X podem assumir, por meio de uma equação matemática, será que a equação

$$N = a.y + b$$

seria uma equação adequada ??????

Por que ?

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Sinistro Agregado

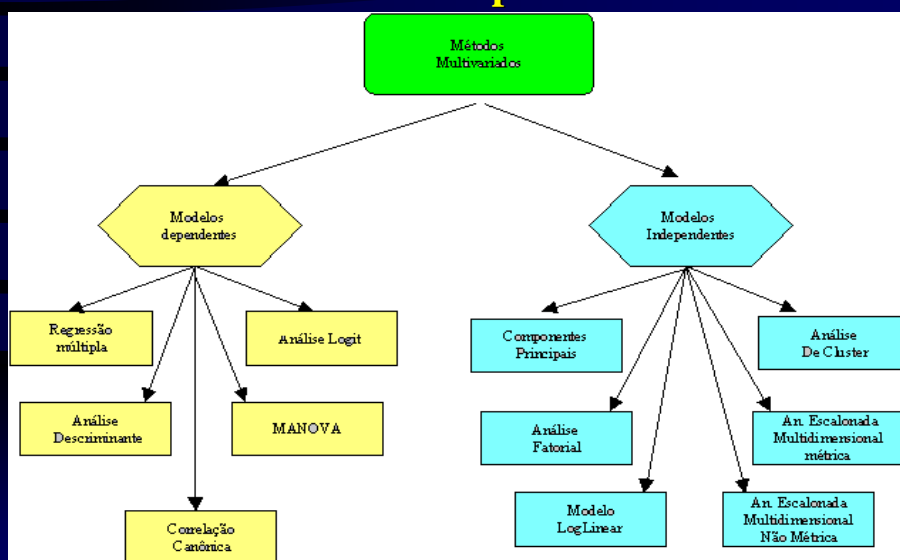
Uma melhor análise ou estimação deveria contemplar vários fatores ou variáveis.



ANÁLISE MULTIVARIADA

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares (31) 3271-2865 marcelo@msactualis.com.br

Técnicas e Métodos de Análise Multivariada Exemplos



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares (31) 3271-2865 marcelo@msactualis.com.br

Análise Multivariada

- Análise multivariada é, atualmente, disciplina específica na maioria dos cursos de graduação.
- Nas disciplinas de matemática, estatística, econometria são vistas algumas técnicas, porém, por vezes, não focadas no processo de tarifação.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

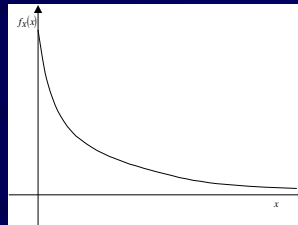
Modulo IV Distribuições de Probabilidade Exemplos

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

DISTRIBUIÇÃO DE PARETO

$$f_X(x) = \frac{\alpha \lambda^\alpha}{(\lambda + x)^{\alpha+1}} \quad x > 0 \quad \alpha > 0 \quad \lambda > 0$$

$$F_X(x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda + x} \right)^\alpha$$



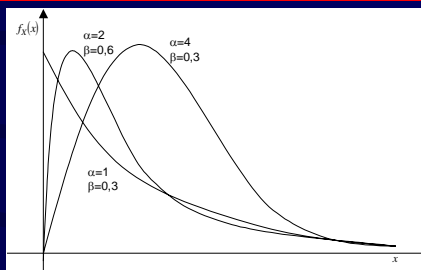
→ $X \sim \text{Pareto}(\lambda, \alpha)$

Por possuir uma cauda longa, é utilizada no seguro de incêndio vultoso e resseguro de catástrofe.

DISTRIBUIÇÃO GAMA

$$f_X(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\beta x} x^{\alpha-1} \quad x \geq 0 \quad \alpha > 0 \quad \beta > 0$$

$$F_X(x) = \int_0^x \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\beta t} t^{\alpha-1} dt = \Gamma(\alpha; \beta x)$$



→ $X \sim \text{Gama}(\alpha, \beta)$

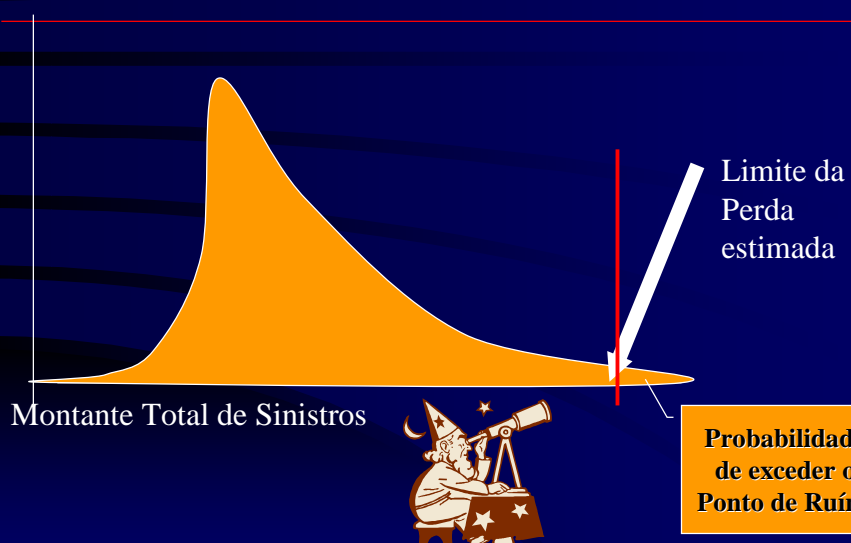
A distribuição Gama tem uma aplicação prática no sinistro médio de colisão nos seguros de automóveis.

Modulo V

Exercícios e Aplicações Práticas

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Ruina Finita



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Ruina Finita

$$F = (P + \mu) - E[S] - Z \text{Var}[S]^{0,5}$$

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Módulo VI Processos Estocásticos O que são ?

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Glossário

- Variáveis de estado: **definem o estado do sistema**
- Evento: **mudança no estado do sistema**
- Modelo de Tempo Contínuo
- Modelo de Tempo Discreto

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Glossário

- Modelos de Estado Contínuo e de Estado Discreto: **dependendo de se as variáveis de estado são contínuas ou discretas**
 - tempo gasto estudando uma determinada matéria -> contínuo
 - número de estudantes assistindo à matéria -> discreto
- **Continuidade de tempo \neq Continuidade de estado**
 - Combinações possíveis de modelos:
 - estado discreto/tempo discreto
 - estado discreto/tempo contínuo
 - estado contínuo/tempo discreto
 - estado contínuo/tempo contínuo

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Glossário

- Modelos Determinísticos e Probabilísticos: **nos modelos determinísticos, obtem-se um resultado apenas.**
- Modelos Estáticos x Dinâmicos: **modelos estáticos são aqueles nos quais o tempo não é uma variável**
 - $f(x) = e^{-\lambda x}$ λ fixo estático
 - $f(x) = e^{-\lambda(t)x}$ λ variável ao longo do tempo dinâmico
- Modelos Lineares x Não-Lineares
 - relação raio / perímetro da circunferência linear
 - relação raio / área do círculo não-linear

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Glossário

- Modelos Abertos e Fechados: **nos modelos abertos a entrada é externa ao modelo e independente do mesmo**
 - $Y(t+1) = f[Y(t)]$ fechado
 - $Y(t+1) = f[Y(t), X(t)]$ aberto
- Modelos Estáveis e Instáveis:
 - Estável \Rightarrow atinge estado permanente
 - Instável \Rightarrow muda continuamente de comportamento.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Processos Estocásticos

- Um processo estocástico é uma função aleatória
- Em aplicações práticas, o domínio da função é estabelecido em um intervalo de tempo (series temporais) ou em uma região do espaço (região aleatória).

Exemplos:

Series temporais: mercado de ações, sinais de áudio e vídeo, pressão sanguínea etc

Região aleatória: ocorrência de fauna, flora, recursos minerais etc

Processos Estocásticos

- Sequências temporais de variáveis aleatórias
 - $n(t)$ número de sinistros no instante de tempo t
 - $w(t)$ tempo de espera na fila no instante de tempo t

- Classificação:

- Tempo: discreto ou contínuo
- Estado: discreto ou contínuo
- Memória:

- com memória $Y(t+1)=f [Y(t), Y(t-1), \dots, Y(t-r+1)]$
- sem memória $Y(t+1)=f [Y(t)]$

Processos Estocásticos

O que são ?

- Uma vez que diferentes seções de uma série temporal se parecem uma com a outra apenas nas suas propriedades médias, é necessário descrever essas séries por leis de probabilidades ou modelos.
- Assim, os valores possíveis das séries temporais a um dado tempo t são descritos por uma VARIÁVEL ALEATÓRIA $X(t)$ e sua associada DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES. O valor observado $x(t)$ da série temporal no tempo t é então considerado como um dos infinitos valores nos quais a variável $X(t)$ pode ter no tempo t .

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Processos Estocásticos

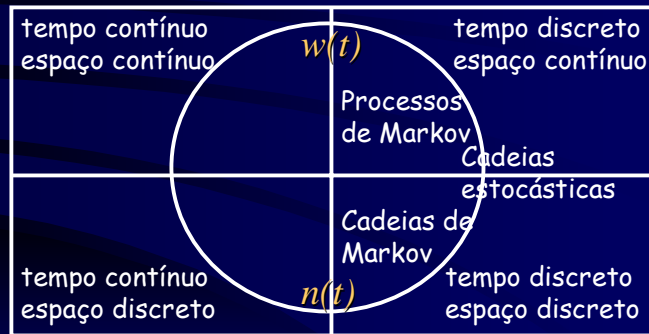
O que são ?

- Em outras palavras, o comportamento de uma série temporal para todos os tempos t pode ser descrito por um conjunto de variáveis aleatórias $X(t)$, onde t pode ter qualquer valor entre um intervalo estabelecido.
- Assim, as propriedades estatísticas das séries são descritas por distribuições de probabilidade com qualquer conjunto de tempos t_1, t_2, \dots, t_N .
- **O conjunto ordenado de variáveis aleatórias $X(t)$ em associação com sua distribuição de probabilidades é chamado de PROCESSO ESTOCÁSTICO**

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Processos Estocásticos

Tipos



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

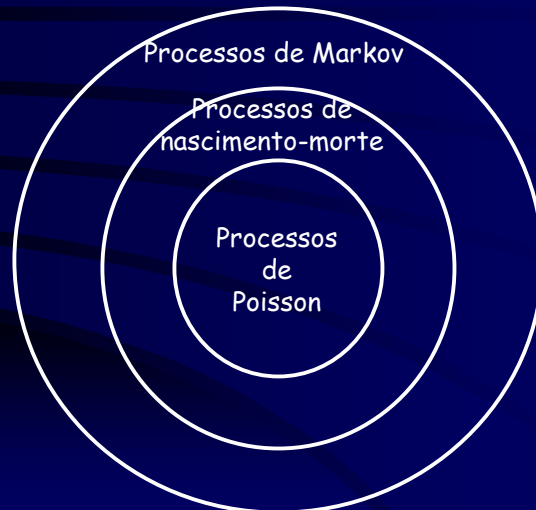
Processos Estocásticos

Tipos

- **Processo de Markov**
- **Processo de nascimento-morte: processo de Markov com a transição de estados limitada aos vizinhos**
 - e.g. $n(t+1) \in \{n(t)-1, n(t), n(t)+1\}$
- **Processo de Poisson**
 - Se os tempos τ_i são iid e exponencialmente distribuídos, então o número de chegadas n num certo intervalo de tempo é um processo de Poisson.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Processos Estocásticos Exemplo de Tipos



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Método de Monte Carlo

- Origem: em homenagem ao Conde Montgomery de Carlo, jogador e gerador de números aleatórios italiano (1792-1838).

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Simulação de Monte Carlo

- Simulação estática (sem eixo do tempo)
- Modela fenômenos probabilísticos
- Necessita de números pseudo-aleatórios
- Usado para avaliar expressões não-probabilísticas usando métodos probabilísticos.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Técnicas de Precificação Modulo VII

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

TÉCNICAS DE AVALIAÇÃO

- Técnica do Valor Presente
- Técnica de Projeção

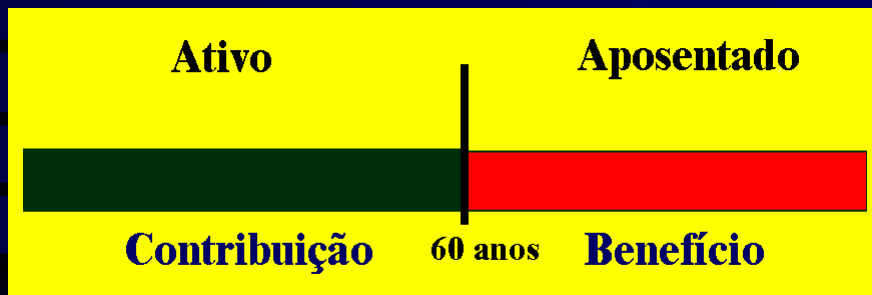
Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Técnicas de Precificação A Valor Presente

- **A valor presente**: na data de referência de cálculo, equaciona-se os encargos e as contribuições.
- É a técnica tradicional, que utiliza os regimes financeiros e seus respectivos métodos.
- Utilizada em seguros, previdência, saúde e capitalização.
- Geralmente opera por processo determinístico.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Princípio Básico



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Conceitos Básicos

Equação Fundamental de Equilíbrio

$$\text{RECEITA} = \text{DESPESA}$$

Em Previdência: O valor atual das contribuições futuras é igual ao valor atual dos benefícios futuros.

Em Seguro: O valor atual dos prêmios futuros é igual ao valor atual dos sinistros futuros.

Em capitalização: O valor atual das contribuições futuras é igual ao valor atual dos resgates e sorteios futuros.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Equação Fundamental de Equilíbrio

$$\int_0^m [C(t) S(t) - B(t)] e^{-\delta t} dt = \int_m^{\infty} [B(t) - C(t) S(t)] e^{-\delta t} dt$$

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Regimes Financeiros

Classificação de Trowbridge modificada

- Repartição Simples;
- Repartição de Capitais de Cobertura ou Financiamento Terminal;
- Capitalização:
 - Método do Crédito Unitário (Unit Credit Cost Method);
 - Método da Idade Normal de Entrada (Entry Age Normal);
 - Método do Prêmio Nivelado Individual (Individual Level Premium);
 - Método do Custo Agregado (Aggregate Cost Method);
 - Método da Idade Normal Atingida
- Financiamento Integral “a prêmio único”;
- Financiamento financeiro puro

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

TÉCNICAS DE AVALIAÇÃO

Técnica do Valor Presente

- Mais conhecida e utilizada atualmente;
- Estabelece uma data-base para o cálculo do VACF e do VABF;
- Faz amplo uso das rendas e fatores atuariais;
- Apesar de propiciar o ALM, requer cálculos adicionais de projeção e discriminação dos fluxos financeiros no tempo => converge para a Técnica de Projeção.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Técnicas de Precificação

Por Projeção

- **Projeção:** na data atual, projeta-se o fluxo futuro de benefícios e verifica-se o montante de recursos necessário para financiá-lo, nas respectivas datas de ocorrências.
- Os regimes financeiros e métodos passam a não ter muita importância, pois a técnica opera no processo de “orçamento” ou fluxo de receitas e despesas.
- É muito utilizada em previdência social.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

TÉCNICAS DE AVALIAÇÃO

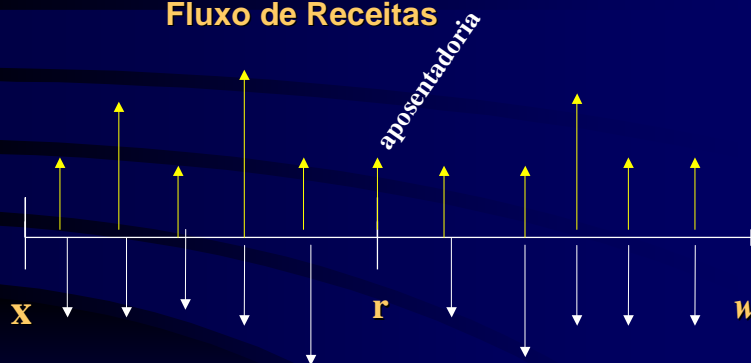
Técnica de Projeção

- Pouco conhecida no Brasil, mas já utilizada;
- Recomendada para planos de seguridade social, pois é totalmente compatível como o processo orçamentário dos Estados Nacionais;
- NÃO é estabelecido, a priori, o VACF e o VABF;
- Os encargos e prêmios/contribuições são posicionados nas datas estimadas para os mesmos;
- Faz amplo uso de processos estatísticos e demográficos de projeção e, por vezes, de simulação;
- Por sua natureza, poderia ser considerado uma técnica bruta de ALM, sem balanceamento, otimização e antes da inserção dos cenários econômicos;

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Fluxo

Fluxo de Receitas



Fluxo de Benefícios

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

“Descasamento” de Fluxos **Observar, no mínimo**

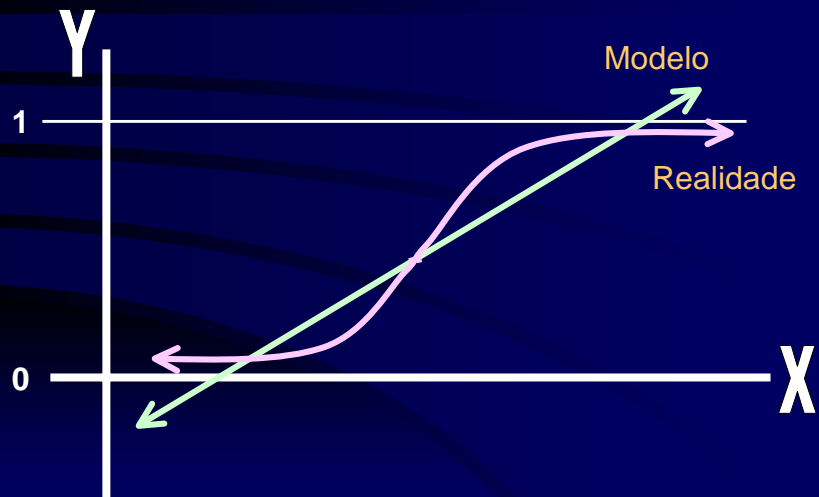
- Taxa de retorno dos investimentos acima ou abaixo do Mínimo Atuarial Exigido;
- Taxas e parâmetros econômicos e biométricos efetivos mais ou menos favoráveis do que os adotados nas bases técnicas;
- Alteração da massa segurada (em determinados tipos de plano);
- Fatores externos

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Modulo V **Elementos de Modelagem Linear** **E Análise de Regressão**

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Modelagem



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Forma Padrão Regressão Linear

- $Y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \dots + e$

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Problemas Potenciais

- Variáveis não percebidas
- Variáveis Irrelevantes
- Forma da Função
- Multicolinearidade
- Pontos de ruptura do modelo

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

A Ferramenta Certa

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

A Ferramenta Certa Mais Utilizados

Editar Textos => Word, WordPerfect etc

Fazer Apresentações => PowerPoint

Armazenar e consultar dados => Acess, Fox, SQL, Oracle etc

Fazer gráficos e cálculos em tabelas => Excel, Quattro, etc

Criar e manipular figuras => CorelDraw, Adobe etc

Analisar dados => SAS, SPSS, S-Plus, R etc

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

O que é R ??

- Pacote Estatístico de código aberto
- Freeware
- É clone do pacote comercial S-PLUS
- Pode ser distribuído, copiado e instalado livremente
- Está em constante desenvolvimento pela comunidade responsável pelo mesmo: universidades, profissionais e instituições de pesquisa em estatística, finanças, medicina, biologia, demografia, economia e matemática.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

O que pode fazer ?

- Estatística descritiva: média, variância etc;
- Cálculo de probabilidades e teste de hipóteses;
- Gráficos: descritivos, estatísticos etc
- Cálculo vetorial e matricial;
- Análise Multivariada: regressões, séries temporais etc;
- Simulações: geração de números aleatórios, cenários
- Capacidade de programação

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Em que ambiente?

- Em Windows;
- Em Linux;
- Em Unix;
- Em Mac.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Como saber mais ?

- Manuais do pacote => existem muitos e muito bem detalhados;
- Livros especializados sobre R ou S-Plus

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Onde Obter ?

- www.r-project.org
- <http://cran.r-project.org>

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Bibliografia Recomendada

145

Para saber mais Bibliografia recomendada

- A bibliografia recomendada contempla títulos para nível básico e nível avançado;
- Os títulos assinalados são recomendados como leitura inicial
- Alguns dos títulos estão disponíveis na biblioteca do IBA (Rio de Janeiro) e na biblioteca da FUNENSEG (Rio de Janeiro)
- Uma revisão da estatística básica é recomendada, razão pela qual foram também indicados alguns livros de estatística.

Bibliografia

Recomendações ao adquirir no Exterior

- Exceto os títulos brasileiros, toda a bibliografia pode ser encontrada na livraria virtual Amazon (www.amazon.com)
- Caso exista interesse em adquirir algum título não disponível no Brasil, recomenda-se optar pelos títulos usados, oferecidos pela própria amazon ou em livrarias similares. Geralmente os livros estão em perfeito estado, permitindo uma economia média de 40% em relação ao livro novo.
- O pagamento deve ser feito com cartão de crédito internacional e, em geral, o pedido é entregue entre 8 e 25 dias.
- Ao solicitar títulos no exterior, concentre o maior número possível em cada remessa, pois apesar de haver isenção das taxas de importação (não existe imposto de importação), o frete pode ser dispendioso.

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Bibliografia Recomendada

Análise Multivariada

Multivariate Data Analysis
Joseph Hair, William C Black e outros.
New Jersey: Prentice Hall, 1998

Estatística Multivariada Aplicada
Elizabeth Reis
Lisboa: Edições Sílabo, 2001



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Bibliografia Recomendada

Cessão de Risco

- **BOTTI, Paulo Eduardo de Freitas** – “Introdução ao resseguro” – Livraria Nobel, São Paulo, 1995;
- **CASS, R. Michael e outros** - "Práticas de Resseguro", vol. 1 e 2 - Funenseg, Rio de Janeiro, 2002;
- **CLEMENTINO, Marcus** - "O Resseguro por Excesso de Danos" - Cadernos de Seguros, ano XXII, nº 111, Funenseg, Rio de Janeiro, 2002;
- **GERATHEWOHL, Klaus e outros**, "Reinsurance Principles and Practice", vol. I e II, Verlag Versicherungswirtschaft e.V., Karlsruhe, Alemanha, 1982;
- **GROPELLO, Giulio** – “Princípios da Técnica de Resseguro” – Funenseg, Rio de Janeiro, 1997

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Bibliografia Recomendada

Estatística e Econometria

- **Probability and Statistics – 3a Ed**

Morris H. DeGroot; Mark J. Schervish

New York: Addison –Wesley, 2002

- **Introductory Statistics With Applications in General Insurance**

I. B. Hossack ; J. H. Pollard ; B. Zehnwirth

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

← **INICIAL**

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Bibliografia Recomendada **Estatística e Econometria**

- Estatística Aplicada à Economia e Administração

Leonardo J. Kazmier

São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1982

- Econometria Básica

Damodar N. Gujarati

São Paulo: MAKRON Books, 2002

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Bibliografia Recomendada **Teoria do Risco**

- Modelo de Precificação e Ruína para Seguros de Curto Prazo

Paulo Pereira Ferreira

Rio de Janeiro: FUNENSEG, 2002



Melhoria da Qualidade na Tarifação de Seguros: uso de modelos de credibilidade

Cristina Mano

Cadernos de Seguro – Teses – Numero 2

Rio de Janeiro: FUNENSEG, 1997

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Bibliografia Recomendada

Teoria do Risco

- Uma aplicação do método de Panjer à experiência brasileira de sinistros do ramo de seguros de automóveis

Paulo Pereira Ferreira

Cadernos de Seguro – Teses – Numero 7

Rio de Janeiro: FUNENSEG, 1998

Non-Life Insurance Mathematics: an introduction with stochastic process

Thomas Mikosch

Berlin: Springer-Verlag, 2004

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Bibliografia Recomendada

Teoria do Risco

Mathematical Methods in Risk Theory

Hans Bühlmann

Berlin: Springer-Verlag, 1970

Introductory Statistics With Applications in General Insurance

I. B. Hossack ; J. H. Pollard ; B. Zehnwirth

Cambridge: Cambridge University Press, 1999



Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Bibliografia Recomendada

Teoria do Risco

- **Effective Actuarial Methods**

M. J. Goovaerts; R. Kass e outros

Amsterdam: Elsevier Science Publishers B.V., 1990

Loss Models: From data to decisions

Stuart A. Klungman; Harry H. Panjer; Gordon E. Willmot

New Jersey: John Wiley & Sons, 1998

Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences

Cristian Kleiber; Samuel Kotz

New Jersey: John Wiley & Sons, 2003

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br

Bibliografia Recomendada

para Revisão Rápida e Simples

- **Em regressão linear e séries temporais**

Matemática e Estatística Aplicada

Elio Medeiros da Silva ; Ermes Medeiros da Silva

São Paulo: Ed Atlas, 1999

- **Em estatística básica e distribuições de probabilidade**

Introductory Statistics With Applications in General Insurance

I. B. Hossack ; J. H. Pollard ; B. Zehnwirth

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

Porto Alegre – Nov/2004 Marcelo Soares ☎ (31) 3271-2865 ✉ marcelo@msactualis.com.br